

SLOŽENI KAMATNI RAČUN

Nemoguće je točno odrediti trenutak u kojem je otkrivena konstanta e . Više grana matematike konvergiralo je ovom broju iz različitih smjerova. Jedna od grana je bila primjenjena financijske matematike.

POJEDNOSTAVLJENO ULAGANJE

Kada se ulaganje sastavi, kamata se plaća periodično i prilikom svakog ulaganja kamate očekuje se da stvara daljnju kamatu. Češćim plaćanjem i ulaganjem kamate veća je i dobit ulagača.

Ovisno gdje živite, ova kamata može biti ilegalna (i nije moguća).

Jednostavno ulaganje, jedna kuna uz 100% kamatu za jednu godinu. Promotrite što se događa:

1. Kreirajte novi sketch i načinite tri parametra:

$$t = 0 \text{ (broj godina)}$$

$$P = 1 \text{ (glavnica)}$$

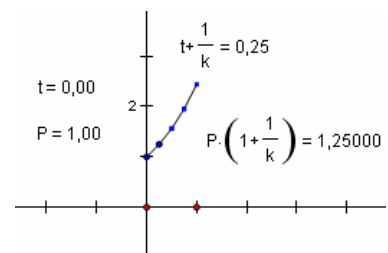
$$k = 2 \text{ (broj kamatnih perioda tijekom godine)}$$

2. Duljina svakog vremenskog perioda je $1/k$. Načinite izračun da pronađete početak slijedećeg vremenskog perioda zbrajanjem duljine jednog perioda s početnim vremenom t .
3. Kamata za prvi vremenski period je P/k , pa tako vrijednost ulaganja na kraju tog perioda je $P + P/k$. Izrazite ovu vrijednost u faktoriranom obliku i načinite njegov izračun. Namjestite točnost ove jednadžbe na stotisućinka.
4. Nacrtajte ove dvije točke i povežite ih dužinom:

$$(t, P) \quad \left[\left(t + \frac{1}{k}, P \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right) \right]$$

P1 Što ove točke predstavljaju u okvirima ulaganja?

5. Sakrijte dvije točke i ostavite segment da prikazuje rast.



Izračun koji ste završili pokazuje ulaganje za samo jedan od k kamatnih perioda. Morate ponoviti izračun još jednom da izračunate ulaganje za ostatak godine.

6. Izračunajte $\{k - 1\}$. Označite izračun s *dubina*.

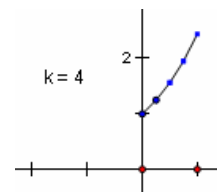
Da namjestite točnost, odaberite jednadžbu, a zatim Uređivanje | Postavke | Jedinice.

7. Odaberite redom t , P i $dubina$. Pritinite tipku Shift key i odaberite **Transformacije | Iteriranje do dubine**. Povežite dva parametra do njihovih jednadžbi kao što je prikazano u tablici.

Predstika	Prva slika
t	$t + 1/k$
P	$P(1 + 1/k)$

Možda ćete morati pomaknuti tablicu da vidite najdonji red.

P2 Promijenite parametar k da promijenite broj kamatnih perioda. Najdonji red tablice pokazuje vrijednost ulaganja na kraju godine. Koju vrijednost k morate koristiti da izračunate kamatu kvartalno? Koja je vrijednost ulaganja nakon godine ako je ukamaćivanje kvartalno? Mjesečno? Tjedno? Dnevno?



P3 Povećanje obračunske frekvencije uvijek rezultira povećanjem ulaganja za ulagača, no kao što ste vidjeli do određene granice. Što mislite koja je granica vrijednosti ulaganja na kraju godine?

Vrijednost ove granice je poznat kao e . Matematički mogli biste granicu izraziti kao:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = e$$

REALISTIČNIJE ULAGANJE

Dok k raste, modelirano ulaganje iz prethodnog primjera se približava nečemu što se zove *neprekidno ukamaćivanje*. U praksi, dnevno ukamaćivanje se toliko približi da je razlika zanemariva. Sada, napravite neke izmjene na vašem sketchu i modelirajte realističnije ulaganje. Ovaj put, 100 kuna s kamatom od 8.5% kroz pet godina.

8. Kreirajte ove nove parametre:

$$r = 0.085 \text{ (8.5\% kamata, predočeno u tisućinkama)}$$

$$trajanje = 5 \text{ (u godinama)}$$

9. Promijenite parametar P da glavnica iznosi 100 kuna umjesto 1 kune. Postavite k na 12 za mjesečno ukamaćivanje.

10. Kamata za prvi period je $(P \cdot r)/k$, pa je vrijednost nakon tog perioda $P + (P \cdot r)/k$. Izrazite to u faktoriranom obliku i promijenite postojeću jednadžbu da se poklapa.

Da li je graf izašao s ekrana?
Koristite **Graf | Oblik mreže**
Odaberite mrežu da bude pravokutna i ponovo postavite veličine osi.

11. Ukupni broj perioda bi sada trebao biti broj perioda u godini pomnožen s brojem godina. Promijenite *dubina* jednadžbu da to napravite. Ne zaboravite oduzeti 1 jer ste već izračunali rezultat za jedan period.

P4 Koliko ulaganje vrijedi nakraju vremeskog perioda ako je ukamaćivanje godišnje? Dnevno?

Funkcija se modelira s iterirajućom jednadžbom koja je zapravo formula složenog kamatnog računa: $A(t) = P(1 + r/k)^{kt}$. Iteriranje uključuje stalno umnožavanje prijašnjih rezultata s istim faktorom $(1 + r/k)$. Ovo je eksponencijalna funkcija i možete koristiti bilo koju bazu za nju. Ako koristite za bazu e možete pisati: $a \cdot e^{bt}$

$$P(1 + r/k)^{kt} = ae^{bt}$$

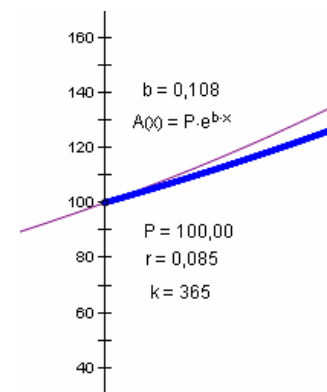
Koeficijent a mora biti jednak P , a određivanje b je druga stvar.

P5 Zašto a mora biti jednak P ?

12. Kreirajte novi parametar b . Koristite **Uređivanje** | **Postavke** | **Jedinice** da postavite preciznost na tisućinke i koristite **Uređivanje** | **Postavke** | **Parametar** da postavite prilagodbe tipkovnice na 0.001.

13. Definirajte i nacrtajte funkciju $A(x) = Pe^{bx}$.

P6 Postavite k da bude vrlo velik broj tako da iteracija oponaša kontinuirano ukamaćivanje. Prilagodite vrijednost parametra b tako da graf funkcije bude poravnat s prikazom iteriranih točaka. Koja funkcija modelira trenutnu vrijednost 100 kuna stalno ukamaćivamo s kamatom od 8.5%?



P7 Koja je općenita funkcija za vrijednost ulaganja glavnice P , s kamatnom stopom r , stalno ukamaćivanom x godina? Provjerite svoje odgovore mjenjanjem jednadžbe za $A(x)$ u sketchu. Postavite graf $A(x)$ da uvijek odgovara iteraciji za različite vrijednosti P i r .

Nakon prilagodbe tipkovnice, možete odabrati parametar i mjenjati ga uz pomoć + ili - tipki za određeni iznos.