

Cilj: Učenici stvaraju veze između simboličnih i dinagraf prezentacija funkcija povezujući dinagrafove s jednadžbama, a zatim stvaraju kartezijevsku prezentaciju geometrijskim mijenjanjem dinagrafa.

Predznanje učenika: Algebra 1/Algebra 2

Nužno predznanje: Učenici bi već trebali biti upoznati s dinagrafovima.

Sketchpad razina: Jednostavno. Učenici koriste pripremljeni sketch i mijenjanju ga minimalno.

Vrijeme aktivnosti: 40-50 minuta

Postavke: U parovima/individualna aktivnost (koristite **Dinagraf u Kartezijevom sustavu.gsp**)

Termin *dinagraf* su uporabili Paul Goldenberg, Philip Lewis i James O'Keefe u njihovoj studiji "Dynamic Representation and the Development of a Process Understanding of Functions" objavljenog od Education Development Center, Inc., i uz djelomičnu potporu National Science Foundation.

SPAJANJE FUNKCIJA

P1 Objašnjenja će varirati, ali trebaju sadržavati relativan smjer i brzinu ulaza i izlaza. Učenici mogu animirati ulazni marker da lakše odrede relativnu brzinu. Objašnjenja također mogu sadržavati ograničenja područja slike (u d) i postojanje asimptote (u e). Ovdje su parovi:

- | | | |
|------|------|------|
| a. 4 | b. 2 | c. 5 |
| d. 1 | e. 3 | |

OD DINAGRAFA DO KARTEZIJEVOG GRAFA

P2 Odgovori će varirati. Kada je izlazna os nagnuta, dvije osi se sijeku i dolazi do promjene u duljini i orijentaciji segmenta koji povezuje dva dinagraf markera. Izlazna vrijednost ostaje ista za bilo koju vrijednost ulaza tako da dva markera još uvijek predstavljaju istu funkciju. Ako je $f(a) = b$ prije nagiba, tada je $f(a) = b$ poslije nagiba.

4. Razmislite o tome da učenici konstruiraju svoje okomice umjesto pritiska tipke.

P3 X koordinata kartezijeve točke je a (ulazna vrijednost dinagrafa). Slično, y koordinata nove kartezijeve točke je $f(a)$ (izlazna vrijednost dinagrafa).

7. Nakon kreiranja Traga, učenici mogu koristiti **Konstrukcije | Locus** stvore trajnu sliku. Važno je da prvo naprave Trag, da dobiju vizualnu sliku načina na koji dinagraf izlazi iz kartezijevog grafa kroz određeno vrijeme.

P4 Graf je pravac s pozitivnim nagibom. Činjenica da je pravac odgovara činjenici da ulazni marker dinagrafa se povlači stalnom brzinom, izlazni marker se kreće također stalnom brzinom. Učenici mogu imati dodatna opažanja. Činjenica da pravac ima pozitivni nagib odgovara činjenici da dva markera uvijek putuju u istom smjeru (vidjeti P6). Činjenica da nagib pravca je veći od 1 odgovara činjenici da izlazni marker se pomiče brže od ulaznog markera. (nagib od 1 odgovara markerima koji putuju istim brzinama; nagib između 0 i 1 odgovara sporijem izlaznom markeru)

SIMULTANA REPREZENTACIJA

P5 Dinagraf točka sadrži jednu informaciju: poziciju na osi. Zbog toga dvije dinagraf točke su potrebne da pokažu ulazne i izlazne vrijednosti funkcije. Kartezijeva točka sadrži dvije informacije: x i y koordinatu- tako da pokazuje ulaznu i izlaznu vrijednost u istom trenutku.

P6 Kada se ulazni i izlazni marker pomiču desno, kartezijeva točka se pomiče gore i desno.

Kada se ulazni marker pomiče desno, a izlazni marker lijevo, kartezijeva točka se pomiče dolje i desno.

P7 Kartezijev graf $f(x) = 5x$ je *strmiji* od grafa $f(x) = x$. To odgovara činjenici da izlazni marker se pomiče brže od dinagrafa $f(x) = 5x$ nego što se pomiče za $f(x) = x$.

P8 Učenički odgovori će varirati, no trebali bi sadržavati opis po jedne prednosti svake prezentacije. Učenici će možda reći da je jednostavnije razlikovati ulazne vrijednosti na dinagrafu i da im on omogućuje variranje varijable. Dinagraf odgovara bliže osnovnoj definiciji funkcije: Za bilo koju ulaznu vrijednost, daje jednu izlaznu vrijednost. Kartezijev graf pravi općenitu sliku dostupnijom: Kratkim pogledom možete vidjeti karakteristike cijele funkcije za sve ulazne vrijednosti, bez potrebe za povlačenjem ili animiranjem. Na kraju, dinagraf jasno pokazuje od kuda dolazi svaka točka na kartezijevom grafu.

RAZREDNA PREZENTACIJA

U ovoj prezentaciji, učenici stvaraju veze između ponašanja dinagrafa koji predstavlja funkciju i jednadžbe iste funkcije. Mogu vidjeti kako mijenjanje prezentacije dinagrafa proizvodi kartezijevsku prezentaciju, te vide različite u obje prezentacije istodobno.

1. Otvorite **Dinagraf u Kartezijevom sustavu.gsp**. Pritisnite *Animiraj* tipku da pokrenete vrh dinagrafa.

P1 Pitajte učenike neka probaju pogoditi koja od donjih pet funkcija odgovara vrhu dinagrafa. Neka argumentiraju svoje odgovore i ohrabrite objašnjenja vezana uz smjer ili brzinu dinagraf markera i jednadžbe. Ponovite za svih pet funkcija.

2. Stranica 2 sadrži samo jedan dinagraf. Pokrenite ga.

P2 Pitajte učenike što misle da će se dogoditi ako povučete točku obilježenu *nagib*.

P3 Dok se ulazni marker još pomiče, povucite točku nagib tako da donja os je malo nagnutija od horizontale. Pitajte učenike što su primjetili da je promjenilo u ponašanju dinagrafa, a što je ostalo isto. Probajte s različitim pozicijama točke *nagib*. Razred bi se trebao složiti da iako se smjer kretanja izlaznog markera promjenio, kretanje markera po svojoj osi i njegova brojčana vrijednost ostaju nepromijenjeni.

3. Dok se ulazni marker pomiče, pritisnite tipku *Napravi kartesian*

P4 Pitajte učenike što su zamijetili o kutu i porijeklu izlazne osi.

4. Dok se ulazni marker pomiče, pritisnite *Pokaži okomice* i recite učenicima da obrate pažnju na vezu između iscrtkanih linija i vrijednosti a i $1/a$.

5. Pokažite sjecište.

P5 Recite učenicima da obrate pažnju na put sjecišta, njegov oblik, lokaciju na ekranu itd.

6. Uključite traganje tako da učenici provjere svoje odgovore.

7. Razmislite o korištenju ove stranice koja sadrži neke druge funkcije kao npr. $f(x) = x^2$ ili $f(x) = |x|$.

8. Stranica 3 sadrži dinagraf i kartezijevsku prezentaciju. Animirajte ulazni marker a .

P6 Pitajte učenike koje odnose mogu zamijetiti između veza dva modela. Učenici mogu reći svoja opažanja vezana uz ponašanje makera na četiri osi ili o vezi između pomične točke označene $(a, f(a))$ i kretnje dinagrafa.

9. Promijenite jednadžbu da promijenite funkciju koja je prikazana, a zatim pitajte učenike kako promatranje različitih funkcija mijenja njihova opažanja o odnosima

Završite s ova tri pitanja:

P7 Recite učenicima da popune praznine:

Kada se ulazni i izlazni marker kreću desno, kartezijeva točka se pomiče _____

Kada se ulazni marker pomiče desno, a ulazni marker lijevo, kartezijeva točka se pomiče _____

P8 Kako se kartezijski graf od $f(x) = 5x$ može usporediti s grafom od $f(x) = x$? Kako se to odnosi prema razlici između njihovih dinagrafova?

P9 Usporedite dinagrafove i kartezijeve grafove. Na koji način po vašem mišljenju su dinagrafovi bolji za prikaz funkcija? Na koji način su kartezijski grafovi bolji?